

Минобрнауки России
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ



Заведующий кафедрой
Кургалин Сергей Дмитриевич
Кафедра цифровых технологий

25.06.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.18 Дифференциальная геометрия и топология

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация:

Квантовая теория информации, Распределенные системы и искусственный интеллект

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавриат

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра цифровых технологий

6. Составители программы:

Попова Александра Евгеньевна, кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры цифровых технологий

7. Рекомендована:

протокол НМС ФКН № 5 от 10.03.2021

8. Учебный год:

2024-2025

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения дисциплины являются: формирование математической культуры студента в области геометрии и топологии, знакомство с различными обобщениями евклидовой метрики, овладение

классическим математическим аппаратом дифференциальной геометрии и топологии для дальнейшего использования в приложениях.

Задачи дисциплины: решение и моделирование широкого класса проблем, связанных с различными разделами математики, механики, физики, современной компьютерной геометрии.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины необходимо знание основных понятий и методов математического анализа и аналитической геометрии.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	знает базовые понятия дифференциальной геометрии и топологии
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности	умеет применять методы дифференциальной геометрии и топологии для решения задач профессиональной деятельности
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	владеет навыками самостоятельного выбора методов дифференциальной геометрии и топологии для решения различных задач

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

3/108

Форма промежуточной аттестации:

Экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 8	Всего
Аудиторные занятия	48	48
Лекционные занятия	24	24
Практические занятия		0
Лабораторные занятия	24	24
Самостоятельная работа	24	24
Курсовая работа		0
Промежуточная аттестация	36	36
Часы на контроль	36	36
Всего	108	108

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Теория кривых	Способы описания кривой. Касательная к кривой. Гладкие и регулярные кривые. Основной трёхгранник кривой. Натуральный параметр. Угол между кривыми. Длина кривой. Кривизна. Репер Френе. Формулы Френе. Кручение. Натуральные уравнения кривой	Курс: Дифференциальная геометрия и топология (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327)

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2	Теория поверхностей	<p>Касательная плоскость к поверхности. Гладкие и регулярные поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Длина кривой на поверхности, площадь поверхности, угол между линиями на поверхности. Вторая квадратичная форма. Классификация точек регулярной поверхности. Нормальная кривизна. Теорема Менье. Главные кривизны, средняя и гауссова кривизны. Линии кривизны. Асимптотические линии. Геодезические линии. Поверхности вращения, их первая и вторая квадратичные формы. Поверхности вращения постоянной кривизны.</p>	<p>Курс: Дифференциальная геометрия и топология (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327)</p>

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
3	Метрики	<p>Римановы и евклидовы метрики.</p> <p>Псевдоримановы и псевдоевклидовы метрики.</p> <p>Пространство-время Минковского.</p> <p>Псевдосфера в двумерном и трёхмерном псевдоевклидовых пространствах.</p> <p>Сферическая и псевдосферическая системы координат.</p> <p>Метрика на сфере и метрика Лобачевского.</p>	<p>Курс: Дифференциальная геометрия и топология (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327)</p>
5	Элементы топологии	<p>Метрика. Аксиомы метрического пространства.</p> <p>Определение топологического пространства.</p> <p>Открытые и замкнутые множества.</p> <p>Внутренность и границы множества.</p> <p>Примеры топологий.</p> <p>Топологическое подпространство, индуцированная топология.</p> <p>Непрерывные отображения.</p> <p>Гомеоморфизм.</p> <p>Простейшие топологические инварианты.</p> <p>Топологическая классификация замкнутых поверхностей.</p>	<p>Курс: Дифференциальная геометрия и топология (https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=4327)</p>

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Теория кривых	8		8	6	22
2	Теория поверхностей	10		12	8	30
3	Метрики	3		2	4	9
4	Элементы топологии	3		2	6	11
		24	0	24	24	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых

для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Паньженский, В. И. Введение в дифференциальную геометрию [Электронный ресурс] / Паньженский В. И. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015 .— 240 с. — Рекомендовано Государственным образовательным учреждением высшего профессионального образования «Московский педагогический государственный университет» в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Математика» .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-1979-1 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67459 >
2	Киреев, И.В. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия : учебное пособие / Киреев И.В., Кнауб Л.В., Левчук Д.В., Нужин Я.Н. — Москва : СФУ, 2017 .— 102 с. — Тензорный анализ и дифференциальная геометрия [Электронный ресурс]: учеб. пособие / И.В. Киреев, Л.В. Кнауб, Д.В. Левчук, Я.Н. Нужин - Красноярск : СФУ, 2017. — ISBN 5-7638-3622-6 .— <URL: https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785763836226.html >

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Игнатъев, Ю. Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей в евклидовом пространстве: IV семестр / Ю. Игнатъев ; Казанский федеральный университет ; Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского .— Казань : Казанский университет, 2013 .— 203 с. : ил., табл., схем. — http://biblioclub.ru/ .— <URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=276302 >

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	https://biblioclub.ru/ - ЭБС «Университетская библиотека Онлайн»
2	https://www.studentlibrary.ru/ -ЭБС «Консультант студента»
3	https://e.lanbook.com/ - ЭБС «Лань»
4	https://lib.rucont.ru/ - ЭБС «РУКОНТ»
5	https://lib.vsu.ru/ - ЗНБ ВГУ

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	<p>Кузовлев, В.П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии : учебное пособие / Кузовлев В.П., Подаева Н.Г. — Москва : Физматлит, 2012 .— 208 с. — Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии [Электронный ресурс] / Кузовлев В.П., Подаева Н.Г. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. — ISBN 5-9221-1360-1 .— <URL:https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113601.html>.</p>

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17”, мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 297

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц,

монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 290

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i7-7800x-4ГГц, мониторы ЖК 27» (12 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 291

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-3220-3,3ГГц, мониторы ЖК 19» (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 293

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-8100-3,6ГГц, мониторы ЖК 22» (17 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 295

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-9100-3,6ГГц, мониторы ЖК 24» (14 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 382

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i5-9600KF-3,7ГГц, мониторы ЖК 24» (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 383

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i7-9700F-3ГГц, мониторы ЖК 27» (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 384

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-2120-3,3ГГц, мониторы ЖК 22» (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 385

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-2120-3,3ГГц, мониторы ЖК 19» (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 301п

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-2120-3,3ГГц, мониторы ЖК 17» (15 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 303п

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-8100-3,9ГГц, мониторы ЖК 24» (13 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 314п

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-7100-3,6ГГц, мониторы ЖК 19» (16 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima,

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 316п

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-9100-3,6ГГц, мониторы ЖК 19» (30 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Maxima, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-4	ОПК-1	ОПК-1.1	контрольные работы, лабораторные работы
2	Разделы 1-4	ОПК-1	ОПК-1.2	контрольные работы, лабораторные работы
3	Разделы 1-4	ОПК-1	ОПК-1.3	контрольные работы, лабораторные работы

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Экзамен

Оценочные средства для промежуточной аттестации

КИМ

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

По курсу предусмотрены 4 **лабораторных работы**:

1. Основной трёхгранник кривой.
2. Кривизна кривой.
3. Касательная плоскость к поверхности.
4. Замечательные линии на поверхности: линии кривизны, асимптотические, геодезические.

Типовое задание для лабораторной работы

Лабораторная работа № 2

"Кривизна кривой"

Работа выполняется в любой системе символьной математики.

Цель работы: приобретение студентами навыка нахождения кривизны кривой, радиуса кривизны и построения соприкасающейся окружности.

Задание: для C^2 -регулярной кривой, заданной своими параметрическими уравнениями, в заданной точке изобразить соприкасающуюся окружность. Найти центр кривизны и определить радиус

кривизны.

Критерии оценивания: оценка "отлично" ставится в случае, если студент продемонстрировал алгоритм, предназначенный для решения данной задачи для произвольной точки произвольной C^2 -регулярной кривой, смог объяснить принцип работы этого алгоритма и верно ответил на все дополнительные вопросы. Если студент не сразу ответил на дополнительные вопросы или допустил неточности в решении, которые в ходе защиты работы смог исправить, за работу выставляется оценка "хорошо". Если студент продемонстрировал понимание алгоритма, но не смог ответить на все дополнительные вопросы, выставляется оценка "удовлетворительно". Если ни одни из перечисленных условий не выполнено, то выставляется оценка "неудовлетворительно".

В курсе проводятся три **контрольные работы**:

1. Теория кривых.
2. Первая квадратичная форма поверхности.
3. Вторая квадратичная форма поверхности.

Типовое задание для контрольной работы

Контрольная работа № 3

"Первая квадратичная форма поверхности"

Проверить, что матрица

$$(g_{ij}) = \frac{R^2}{(1+u^2+v^2)^2} \begin{pmatrix} 1+v^2 & -uv \\ -uv & 1+u^2 \end{pmatrix}$$

задаёт метрику на плоскости (u, v) . Найти в этой метрике длину кривой $u = v$.

Критерии оценивания: оценка "отлично" ставится в случае, если все задания выполнены верно. Если в заданиях допущены ошибки вычислительного характера, но при этом все задания выполнены и ход решения был верным, за работу выставляется оценка "хорошо". Если верно выполнены не все задания (но не менее половины), возможно, с ошибками вычислительного характера, то работа оценивается как "удовлетворительно". Во всех прочих случаях выставляется оценка "неудовлетворительно".

20.2 Промежуточная аттестация

При проведении промежуточной аттестации оценочным средством являются контрольно-измерительные материалы, составляемые на основе следующего **перечня вопросов к экзамену**:

1. Способы описания кривой.
2. Касательная к кривой.
3. Гладкие и регулярные кривые.
4. Основной трёхгранник кривой.
5. Натуральный параметр.
6. Угол между кривыми.
7. Длина кривой.
8. Кривизна.
9. Репер Френе.
10. Формулы Френе.
11. Кручение.
12. Натуральные уравнения кривой.
13. Касательная плоскость к поверхности.
14. Гладкие и регулярные поверхности.
15. Первая квадратичная форма поверхности.
16. Длина кривой на поверхности, площадь поверхности, угол между линиями на поверхности.
17. Вторая квадратичная форма.

18. Классификация точек регулярной поверхности.
19. Нормальная кривизна.
20. Теорема Менье.
21. Главные кривизны, средняя и гауссова кривизны.
22. Линии кривизны.
23. Асимптотические линии.
24. Геодезические линии.
25. Поверхности вращения, их первая и вторая квадратичные формы.
26. Поверхности вращения постоянной кривизны.
27. Римановы и евклидовы метрики.
28. Псевдоримановы и псевдоевклидовы метрики.
29. Пространство-время Минковского.
30. Псевдосфера в двумерном и трёхмерном псевдоевклидовых пространствах.
31. Сферическая и псевдосферическая системы координат.
32. Метрика на сфере и метрика Лобачевского.
33. Аксиомы метрического пространства.
34. Определение топологического пространства.
35. Открытые и замкнутые множества. Внутренность и границы множества.
36. Примеры топологий.
37. Топологическое подпространство, индуцированная топология.
38. Непрерывные отображения. Гомеоморфизм.
39. Простейшие топологические инварианты.
40. Топологическая классификация замкнутых поверхностей.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся демонстрирует высокий уровень владения материалом, ориентируется в предметной области, верно отвечает на все дополнительные вопросы.	Повышенный уровень	Отлично
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному или двум из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Допускаются ошибки при воспроизведении части теоретических положений.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым трём из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Сформированные знания основных понятий, определений и теорем, изучаемых в курсе, не всегда полное их понимание с затруднениями при воспроизведении.	Пороговый уровень	Удовлетворительно

<p>Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым четырём из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные знания (либо их отсутствие) основных понятий, определений и теорем, используемых в курсе.</p>	-	Неудовлетворительно
---	---	---------------------